

IV. Statistické metody v managementu kvality

Do statistických metod v managementu kvality můžeme zahrnout řadu technik jako je např. Statistická kontrola jakosti (*Statistical Quality Control*), Navrhování experimentů (*Design of Experiments*), Spolehlivost výrobků (*Reliability of Products*) a jiné (viz [7] a [11]). V dalším se omezíme jen na statistickou kontrolu jakosti, která představuje soubor procedur a statistických technik, používaných k dosahování a udržování produkce zboží a služeb vysoké kvality. V této kapitole se budeme zabývat statistickými metodami, používanými k monitorování procesů a zabezpečení, aby tyto procesy dávaly výrobky nebo služby, které se soustavně přizpůsobují přáním zákazníků v procesu zvyšování jejich požadavků na kvalitu. Statistická regulace procesů umožňuje ovládnout a zlepšovat jakýkoliv proces. Je to metoda, která dokáže nastolit a udržet proces na požadované stabilní úrovni.

Její statistické základy vypracoval v r. 1920 americký statistik Walter A. Shewhart a podrobněji je rozvinul pro soukromý sektor americký statistik W. Edwards Deming. Metody začali používat po 2. světové válce Japonci (při výrobě aut a elektroniky). K odražení této silné japonské konkurence se začínají metody statistické kontroly jakosti výrazně rozšiřovat i v USA po r. 1980. Tyto metody zde silně pronikají nejen do masové průmyslové výroby, ale i do oblasti služeb, zdravotnictví a bankovníctví. V souvislosti s takto rozšířeným jejich využíváním se hovoří o tzv. *Total Quality Control (TQC)*.

Pod statistickou kontrolou jakosti se obvykle rozumějí dva typy činnosti:

a) Statistická regulační kontrola (*Statistical Process Control*) je kontrola a regulace prováděná během sledovaného procesu (např. během výroby).

b) Statistická přejímací kontrola (*Statistical Acceptance Control*) je kontrola prováděná dodavatelem (výrobce) a příjemcem při přejímání výrobků.

1. Statistická regulační kontrola

Přesouvá kontrolu kvality do procesu výroby. Nahrazuje armádu dřívějších inspektorů kvality, kteří kontrolovali až hotové výrobky, měřením (monitorováním) vhodných parametrů výrobků vybraných již při výrobě a kontrolou, zda jsou v určitých mezích, vypočítaných pomocí poměrně jednoduchých statistických metod. Pokud tyto parametry vybočují, provede se seřízení (oprava) výrobní linky. Místo inspekce (detekční přístup) nastupuje prevence, která vede k možným okamžitým zásahům do výrobního procesu a tím i k radikálnímu snížení vyrobených vadných výrobků. Postup je možno aplikovat nejen na výrobní proces, ale na jakýkoliv řízený proces. Metoda přináší úspory okamžité (úspory materiálu a výrobní síly, omezení zmetkovitosti, snížení objemu reklamací, lepší uspořádání procesu) i úspory dlouhodobé (lepší uspokojování zákazníků, dobré jméno firmy, prosazování na trhu proti konkurenci apod.).

Na sledované parametry působí během procesu jednak vlivy náhodné (chvění Země, únava materiálu, sluneční erupce, výpadky v pozornosti obsluhy apod.). Způsobují přirozené náhodné kolísání (variabilitu) sledovaného parametru, které nevyžaduje zasahování do procesu. Dále mohou působit i vlivy systematické neboli vymezitelné, které se projevují vybočováním sledované charakteristiky z předepsaných mezí a představují reálnou, identifikovatelnou změnu v procesu (např. změna materiálu, nekvalifikovaná obsluha linky, nesprávné osvětlení, opomenutí údržbáře seřadit stroj). Působení takovéto nepřirozené příčiny způsobí tak velkou odchylku, že je jí možné zaznamenat a příčinu vysledovat a odstranit. Možné příčiny těchto systematických vlivů v sledovaném procesu je možno analyzovat pomocí tzv. diagramu příčin a následků (*Fishbone Diagram*).

Chování procesu je charakterizováno chováním veličiny (veličin), která se nazývá regulovaná veličina. Pokud je regulovanou veličinou kvantitativní znak, hovoříme o regulaci měření. Výhodou tohoto typu regulace je včasná signalizace zhoršující se kvality (dříve než začne proces produkovat zmetky). Pokud je regulovanou veličinou kvalitativní znak, hovoříme o regulaci srovnáváním. Výhodou tohoto typu regulace je možnost sledování více znaků najednou (např. různých vad na jednom produktu) a také jednoduchost oproti regulaci měření. Je nutno zdůraznit, že celá statistická regulace procesu závisí na vhodné volbě regulované veličiny. Regulovaná veličina musí mít zásadní vliv na kvalitu regulovaného procesu. Výběr vhodné regulované veličiny a i procesu regulace je možno provést použitím některé grafické metody, jako je např. histogram, bodový diagram, Paretův diagram apod.

A. Regulační diagramy

Důležitým prostředkem zjišťování systematických vlivů jsou regulační diagramy (*Control Charts*). Jestliže regulovaný proces probíhá za normálních provozních podmínek, při kterých působí na proces jen náhodné vlivy, potom měřené parametry jen náhodně kolísají a mají normální rozdělení. Znamená to, že můžeme určit meze, ve kterých budou tyto hodnoty parametrů kolísat, pokud nebudou na proces působit systematické vlivy.

Pro konstrukci diagramu je zapotřebí v daných časových odstupech provádět výběr o rozsahu n , přičemž n je minimálně rovno dvěma. Doporučená optimální velikost výběru je $n = 5$. Interval odběru je různý podle charakteru procesu, může být zadán v časových nebo jiných jednotkách. Dále se doporučuje zabezpečit, aby vzorky byly vybírány z výrobků, při jehož výrobě nedošlo k podstatné změně u použité suroviny, stroje, změně prostředí, obsluhy či metody výroby nebo měření výsledků (doporučuje se např. vzít vzorky těsně za sebou, jak vycházejí z linky), tj. aby tvořily logickou podskupinu. U každého výběru vypočítáme určité výběrové charakteristiky (průměry, variační rozpětí, podíly vadných výrobků apod.). Po provedení alespoň 20 výběrů počítáme horní regulační mez (*Upper Control Limit - UCL*) a dolní regulační mez (*Lower Control Limit - LCL*). Někdy bývají do diagramu zakresleny i tzv. varovné meze. Slouží k upozornění, že výběrová charakteristika se ocitla v zóně málo pravděpodobného výskytu a je proto třeba zvýšit pozornost. Sestrojení regulačních diagramů na základě těchto měření tvoří 1. etapu jejich použití. V další 2. etapě monitorujeme probíhající proces, tj. další zjišťované hodnoty porovnááme s regulačními mezemi a v případě jejich nedodržení přijímáme opatření na regulaci procesu.

B. Regulační diagramy pro kvantitativní proměnné

Regulační diagramy pro kvantitativní proměnné (*Control Charts for Variables*) získáváme při regulaci měření, kdy pracujeme s regulovanou veličinou, která má kvantitativní charakter (např. délka, hmotnost, tloušťka, obsah tuku). Vycházíme z předpokladu, že působí-li pouze náhodné vlivy, mají naměřené hodnoty regulované veličiny normální rozdělení charakterizované střední hodnotou a rozptylem. Proto při regulaci měření konstruujeme vždy dva diagramy - jeden pro polohu a druhý pro rozmezí (kolísání).

Jednotlivé typy regulačních diagramů jsou označovány podle názvu charakteristik, které jsou z naměřených hodnot vypočítávány. Jde o diagram pro:

- aritmetický průměr (\bar{X} -bar) a diagram pro rozpětí (*Ranges - R*),
- aritmetický průměr a diagram pro směrodatnou odchylku (*Sigmas - S*),
- medián (*Median*) a diagram pro rozpětí (*Ranges - R*),
- individuální hodnoty (*Individuals*) a diagram pro klouzavé rozpětí (*Moving range 2 - MR(2)*).

1) Diagramy pro aritmetický průměr a variační rozpětí (\bar{X} -bar and R Charts)

Patří mezi nejčastěji používané diagramy při kontrole měření. Diagram pro aritmetický průměr \bar{X} monitoruje průměry vybraných malých souborů kontrolovaného procesu. Jsou-li graficky zobrazeny, dává to jasnou představu o tom, jak tyto průměry kolísají okolo dlouhodobého průměru. Ze stejných výběrů počítáme i výběrová rozpětí a zobrazujeme je graficky. Tento graf dává obraz

o variabilitě procesu. Pro konstrukci diagramu pro aritmetický průměr potřebujeme průměrné variační rozpětí. Budeme se proto nejdříve zabývat diagramem pro rozpětí.

Regulační meze diagramu pro variační rozpětí R určíme podle vzorců

$$UCL = D_4 \bar{R}, \quad LCL = D_3 \bar{R},$$

kde D_4, D_3 jsou tabulkové konstanty, které určíme z tabulky XII. přílohy a \bar{R} je aritmetický průměr z výběrových rozpětí $R_i, i = 1, 2, \dots, k$, tj. $\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i$. (Proměnnou u regulačních mezí můžeme vyjádřit pomocí indexů). Protože pro $n \leq 6$ je $D_3 = 0$, je $LCL = 0$.

Odvodíme dále vzorce pro regulační meze aritmetického průměru \bar{X} . Působí-li na proces jen náhodné vlivy, má veličina \bar{X} normální rozdělení $N(\mu; \sigma^2/n)$ a proto standardizovaná veličina $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}$ má standardní normální rozdělení $N(0; 1)$. Odtud plyne, že

$$P\left(-u_{1-\alpha/2} < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} < u_{1-\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

a proto

$$P\left(\mu - u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \mu + u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha..$$

Pro $\alpha = 0,01$ je použitý kvantil $u_{1-\alpha/2} = u_{0,995} = 2,576$. Pro $\alpha = 0,0027$ je $u_{1-\alpha/2} = 3$ a dostaneme

$$P\left(\mu - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \mu + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0,9973.$$

Znamená to, že nejvýše 0,27 % průměrů padne mimo interval $\mu \pm 3\sigma(\bar{X})$, tj. skoro jistě leží monitorované průměry v těchto mezích. Abychom mohli uvedené meze použít musíme odhadnout parametry μ a σ z výsledků měření (pokud nejsou předem zadané nebo nejsou známé z předcházejících měření). Použijeme k tomu k výběrů ($k \geq 20$). Průměry a variační rozpětí v těchto výběrech (obvykle rozsahu n) označíme \bar{x}_j a $R_j, j = 1, 2, \dots, k$. Používáme zde nejčastěji odhady:

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \bar{x}_j, \quad \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{1}{d_2} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k R_j,$$

kde d_2 je konstanta tabelovaná v tabulce XII. přílohy.

Regulační meze potom jsou

$$UCL = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}, \quad LCL = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R},$$

kde $A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}}$ je konstanta uvedená v tab. XII. přílohy. Regulační diagram dostaneme vynesáním

těchto hodnot jako přímek rovnoběžných s osou x spolu s centrální přímkou (*Centerline*), představující hodnotu dlouhodobého průměru $\bar{\bar{x}}$ a s hodnotami dále monitorovaných průměrů \bar{x}_i (obr. 16).

2) Diagram pro aritmetický průměr a směrodatnou odchylku

Řada odborníků upřednostňuje při vyjadřování kolísání směrodatnou odchylku s před variačním rozpětím R , neboť variační rozpětí je jen funkcí krajních hodnot, kdežto směrodatná (standardní) odchylka je funkcí všech hodnot.

Postup je obdobný, jen místo rozpětí počítáme u každého výběru směrodatnou odchylku podle

vzorce $s_j = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}$, kde x_{ij} je i -té pozorování v j -tém výběru, $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, k$. Při

výpočtu regulačních mezí pak vycházíme z průměrné směrodatné odchylky $\bar{s} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{j=1}^k s_j^2}$.

Regulační meze diagramu pro směrodatné odchylky jsou $UCL = B_4 \bar{s}, LCL = B_3 \bar{s}$.

Regulační meze diagramu pro aritmetické průměry jsou $UCL = \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{s}, LCL = \bar{\bar{x}} - A_3 \bar{s}$.

Konstanty A_3, B_3, B_4 najdeme v tab. XII. přílohy.

3) Diagram pro medián a rozpětí

Namísto aritmetického průměru zde stanovíme u jednotlivých výběrů mediány \tilde{x}_i , z kterých vypočítáme průměrný medián $\bar{\tilde{x}}$. Regulační meze pro rozpětí je stejná jako v případě a).

Regulační meze diagramu pro medián jsou $UCL = \bar{\tilde{x}} + A_4 \bar{R}, LCL = \bar{\tilde{x}} - A_4 \bar{R}$.

Konstantu A_4 najdeme opět v tab. XII. přílohy. Místo průměrného mediánu se někdy používá medián ze skupinových mediánů $\tilde{\tilde{x}}$.

4) Diagram pro individuální hodnoty a klouzavé rozpětí

Existují procesy, u kterých z důvodu homogenity nemá smysl provádět výběry větší než $n = 1$ (např. procesy v chemickém a potravinářském průmyslu). Potom do diagramu vynášíme jednotlivé hodnoty. Rozdíl mezi dvěma sousedními hodnotami je dále vynášené klouzavé rozpětí. Regulační meze počítáme z průměru jednotlivých naměřených hodnot \bar{x} a z průměru jednotlivých rozpětí \bar{R} .

Regulační meze diagramu rozpětí jsou $UCL = 3,267 \bar{R}, LCL = 0$.

Regulační meze diagramu individuálních hodnot jsou $UCL = \bar{x} + 2,66 \bar{R}, LCL = \bar{x} - 2,66 \bar{R}$.

Hodnoty 3,267 a 2,660 jsou tabulkové konstanty, určené pro $n = 2$.

Ve všech uvedených případech můžeme používat i regulační diagramy při předem stanovených základních hodnotách. Regulační meze zde nejsou vyjádřením skutečného kolísání procesu za nepřítomnosti vymezených příčin, ale důsledkem dosažení zadaných hodnot výběrových charakteristik. Tyto hodnoty mohou vyplývat z technických specifikací, ekonomických požadavků, předchozích zkušeností nebo informací z předcházejícího provozu. Vzorce pro výpočet regulačních mezí jsou v tab. XIII. přílohy.

C. Stanovení způsobilosti procesu (*Process Capability*)

Statistická regulace umožňuje dosáhnout stavu, kdy proces je zcela „pod kontrolou“, čili regulovaný. Není to však informace o tom, že proces produkuje to, co se od něj očekává - tedy že parametry produktů se pohybují v rámci technických specifikací (požadavků) daných normou nebo jiným předpisem či požadavkem zákazníka. Takovou schopnost procesu zjistíme porovnáním přípustného kolísání a skutečného kolísání sledovaného parametru.

Přípustné kolísání parametru X vymežeme horní a dolní toleranční mezí (*Upper, Lower Specification Limit - USL, LSL*). Má-li být dodržena kvalita parametru X , musí se jeho hodnoty nacházet v rámci tolerančních mezí LSL a USL . Skutečné kolísání činí 6σ a můžeme je odhadnout buď ze směrodatné odchylky sledovaného parametru x nebo z průměrného rozpětí ($\sigma = \bar{R} / d_2$). Kvalitu shody skutečného a přípustného kolísání můžeme posoudit následujícími indexy způsobilosti (*Index Capability*).

Nejčastěji používaným indexem je poměr přípustného a skutečného kolísání C_p , který se nazývá index způsobilosti (*Index Capability*)

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$$

Udává jakou část přípustného rozpětí pokrývá rozpětí určené regulačními mezemi. Pokud je skutečné kolísání větší než předepsané, je podíl menší než 1 a takový proces hodnotíme jako nezpůsobilý. Aby byl proces spolehlivě způsobilý, požaduje se obvykle, aby $C_p \geq 1,33$. Znamená to, že rozdíl mezi intervalem skutečného a předepsaného kolísání je 2σ , což je možno považovat za dostatečnou záruku schopnosti procesu produkovat trvale v rámci uvedených požadavků. Opačný (reciproční) poměr značíme $C_r (= 1 / C_p)$.

Index způsobilosti C_p vychází pouze z kolísání, nebere však v úvahu, jak je proces „vycentrován“, tedy jaká je skutečná střední hodnota. Proto je potřebné doplnit jej výpočtem dalších indexů, které berou ohled i na vzájemnou polohu předepsaného středu NOMINAL = (USL + LSL)/2 a středu skutečného μ (odhadujeme ho dlouhodobým průměrem \bar{x}). Jde o tyto indexy:

$$\text{Horní jednostranný index způsobilosti (Upper One-sided Index Capability) } C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma}$$

$$\text{Dolní jednostranný index způsobilosti (Lower One-sided Index Capability) } C_{pl} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}$$

$$\text{Index způsobilosti pro posunutý proces } C_{pk} = \min(C_{pl}, C_{pu}),$$

$$\text{Index posunutí } k = \frac{2(\mu - \text{NOMINAL})}{USL - LSL}$$

Platí $C_{pk} = C_p(1 - |k|)$. Pro centrováný proces je $C_{pk} = C_p$ a $k = 0$. O skutečné způsobilosti posunutého procesu vypovídá index C_{pk} . Další index způsobilosti, který také bere ohled na posunutí, je

$$C_{pm} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + (\mu - \text{NOMINAL})^2 / \sigma^2}}$$

D. Regulační diagramy pro kvalitativní proměnné

Regulační diagramy pro kvalitativní proměnné (Control Charts for Attributes) získáváme při regulaci srovnáváním, kdy pracujeme s regulovanou veličinou, která má kvalitativní charakter. Např. podíl nebo počet vyrobených zmetků, počet chyb na vyrobeném výrobku, počet chyb na plošné jednotce vyrobeného výrobku. V prvních dvou případech jde o veličiny, které mají binomické rozdělení a dalších dvou případech o veličiny s Poissonovým rozdělením.

Regulace srovnáváním neumožňuje předcházet počtu výskytu vad, ale ve srovnání s regulací měřením je jednodušší a umožňuje sledovat i více znaků v rámci jednoho diagramu. Vyžaduje však větší rozsahy souboru, aby v každém souboru se nacházelo aspoň několik nestandardních (Nonconforming) výrobků. Diagramy jsou založeny na binomickém nebo Poissonově rozdělení, které stačí charakterizovat jen střední hodnotou a proto zde konstruujeme jen jeden diagram. Pokud by podle dále uvedených vzorců měla vycházet LCL záporná, bereme za tuto mez nulu. Nejsou-li všechny výběry stejného rozsahu n , pracujeme obvykle průměrným rozsahem souboru \bar{n} .

Nejčastěji používáme p-diagramy, np-diagramy, u-diagramy a c-diagramy.

1) p-diagramy (p-charts)

Jsou to nejpoužívanější diagramy, konstruované pro poměry (Proportions) nestandardních výrobků ve výběrech.

Kontrolní meze určíme podle vzorců

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, \quad UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

kde \bar{p} je průměrná hodnota z jednotlivých výběrových průměrů.

2) np-diagramy (np-charts)

Používáme je ke kontrole počtu nestandardních výrobků ve výběrech. Regulační meze jsou

$$LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}, \quad UCL = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

3) c-diagramy (c-charts)

Používáme je ke kontrole počtu vad (neshod) na kontrolovaném objektu. Označíme-li průměrný počet neshod ze všech výběru symbolem \bar{c} , potom určíme regulační meze podle vzorců

$$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}, \quad UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

4) u-diagramy (u-charts)

Používáme je ke kontrole průměrného počtu vad (neshod) na jednotku ve výběrech. Označíme-li průměr těchto vad na jednotku počítaný ze všech výběrů \bar{u} , jsou regulační meze

$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}, \quad UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

Podobně jako u diagramů u proměnných můžeme i zde uvažovat diagramy s předem stanovenými základními hodnotami sledovaných parametrů.

Přehled nejčastěji používaných regulačních diagramů najdeme v tab. XIII. přílohy.

Uvedeme si ještě příklady na možnosti využití statistických metod kontroly jakosti v oblasti služeb:

Organizace	Míra kvality
Nemocnice	- přesnost laboratorních vyšetření - pečlivost při plnění nároků pojištěnců - kvalita podávané stravy a léků
Banka	- přesnost vedení účtů
Pojišťovny	- čas strávený v pojišťovně při vyřizování pojistných událostí - přesnost v účtování náhrad škod
Pošta	- kvalita třídění poštovních zásilek - čas strávený u přepážky - čas doručení zásilek - procento včasné doručení doporučených zásilek
Ambulance	- čas potřebný k ošetření
Policie	- počet vyřešených kriminálních případů v okrese - počet řešených dopravních přestupků
Hotel	- poměr dobře uklizených pokojů - čas pobytu hostů v hotelu - počet obdržených stížností
Doprava	- poměr správně provedených nákladních přeprav - peněžní hodnota škod při přepravě
Autoservis	- procento oprav provedených v dohodnuté době - počet náhradních dílů, které nejsou na skladě

E. Paretova analýza

Paretova analýza (Pareto Analysis) se zabývá tříděním chyb podle jejich významu. Předpokládáme, že soubor chyb je vymezený časově a prostorově. Pro každou sledovanou jednotku zjistíme typ chyby a můžeme jí ocenit vahou (podle ztrát, které tato chyba způsobí). Podstatou Paretovy analýzy je:

a) vytřídit soubor podle typu chyb,

b) vypočítat vážené četnosti (*Weighted Scores*) jednotlivých typů chyb tak, že jejich četnosti (*Counts*) násobíme vahami (*Weights*),

- c) uspořádat jednotlivé typy chyb podle dosažené vážené četnosti v klesajícím pořadí,
 - d) výpočet odpovídajících kumulovaných četností (*Cum. Scores*),
 - e) určení hladiny prováděné kontroly, tj. procento chyb z váženého výskytu všech chyb, které budeme přednostně analyzovat (obvykle je to asi 75 %),
 - f) specifikovat typy chyb, kterým budeme věnovat zvýšenou pozornost (chybám, které se častěji vyskytují, resp. jejich úhrnné důsledky jsou vyšší). Jde o chyby s kumulovanou četností od 0 do 75 %.
- K provedení Paretovy analýzy můžeme použít Paretův diagram (*Pareto Chart*), který získáme např. pomocí programu STATGRAPHICS (př. 1.5). Je to sloupcový diagram znázorňující jednotlivé chyby seřazené zleva doprava podle jejich (vážených) četnosti (významu), doplněný diagramem kumulovaných četností (obr. 20).

Příklad 1.1. Tloušťka silikonových destiček (*Wafer*) používaných při výrobě polovodičů musí být velmi pečlivě kontrolována. Tolerance takovýchto výrobků je $0,0050 \pm 0,0050$ palců. Při výrobě jsou náhodně každou hodinu vybrány 3 destičky a s přesností na desetitisíciny palců jsou měřeny jejich tloušťky. Výsledky jsou zaznamenávány do datového listu (*Data Sheet*) uvedeného v tab. XIV. přílohy, vydaného Americkou společností pro kontrolu kvality (*American Society for Quality Control*) a používaného na vyplňování dat a určování regulačního diagramu. Na rubové straně tohoto listu je tabulka (viz tab. XV. přílohy), do které provádíme potřebné výpočty. Obr. 15 udává tato data pro 25 náhodně vybraných souborů. Pro každý soubor jsou zde vypočteny součty (*Sum*), průměry (*Average*) a výběrová rozpětí (*Range*). a) Určete kontrolní diagramy pro aritmetický průměr a variační rozpětí. b) Proveďte stanovení způsobilosti procesu.

Řešení.

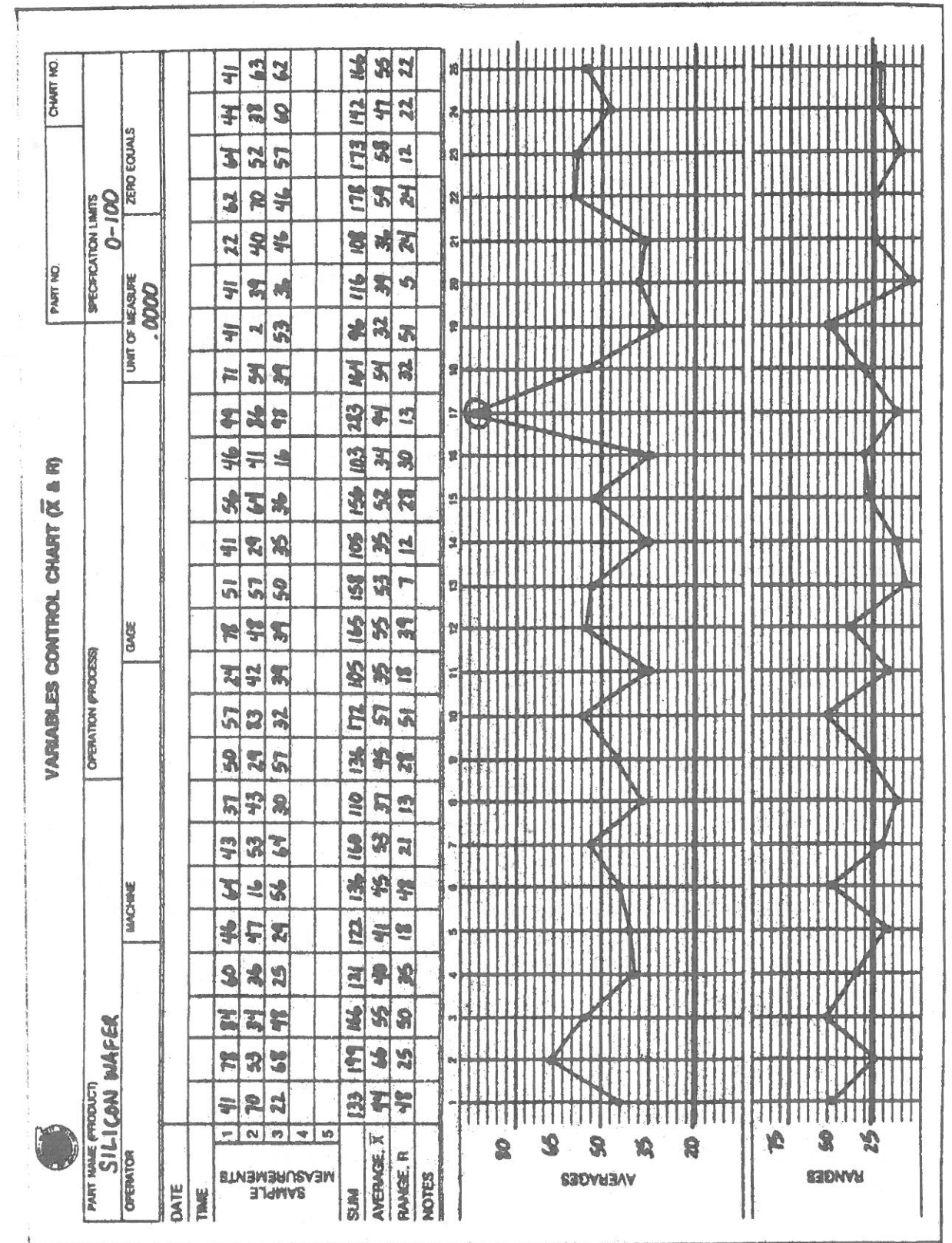
a) Výpočet regulačních mezí pro oba diagramy je proveden v levé horní části tabulky (v 1. sloupci) na obr. 14. Potřebné konstanty jsou v pravém dolním rohu. Regulační diagramy jsou znázorněny přímo na uvedeném datovém listě (obr. 15). Vidíme, že v diagramu variačního rozpětí leží všechny body v regulačních mezích (0; 69,5). Avšak v diagramu pro aritmetický průměr (v mezích (21,1; 76,5)) neleží 17. výběrový průměr (je nad UCL). Toto pozorování proto vypustíme a provedeme znovu výpočty regulačních mezí se zbývajících 24 pozorováními. Oprava výpočtu je provedena ve 2. sloupci tabulky (obr. 14). V diagramu se pak tento bod vypustí.

CALCULATION WORK SHEET

CONTROL LIMITS		LIMITS FOR INDIVIDUALS	
SUBGROUPS INCLUDED ALL		#17 REMOVED	
$\bar{R} = \frac{\sum R}{k} = \frac{676}{25} = 27$	- 27	$\bar{X} = \frac{663}{24} = 27.6$	- 27.6
$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}}{k} = \frac{1221}{25} = 48.8$	- 48.8	$\frac{3}{\sigma_c} \bar{R} = 1.772 \times 27.6 = 48.9$	- 48.9
OR		$U_{L_i} = \bar{X} + \frac{3}{\sigma_c} \bar{R} = 95.9$	- 95.9
\bar{X}^* (MIDSPEC. OR STD.)	- 50	$L_{L_i} = \bar{X} - \frac{3}{\sigma_c} \bar{R} = -1.9$	- -1.9
$A_2 \bar{R} = 1.023 \times 27 = 27.6$	- 27.6	US	- 100
$U_{CL_{\bar{X}}} = \bar{X} + A_2 \bar{R} = 76.4$	- 76.4	LS	- 0
$L_{CL_{\bar{X}}} = \bar{X} - A_2 \bar{R} = 21.2$	- 21.2	US - LS	- 100
$U_{CL_R} = D_4 \bar{R} = 2.574 \times 27 = 69.5$	- 69.5	$\sigma_c = \frac{R}{d_2} \bar{R} = 97.8$	- 97.8
$L_{CL_R} = 0$	- 0		

MODIFIED CONTROL LIMITS FOR AVERAGES		FACTORS FOR CONTROL LIMITS	
BASED ON SPECIFICATION LIMITS AND PROCESS CAPABILITY. APPLICABLE ONLY IF: $US - LS > 6\sigma_c$.			
US	- 100	LS	- 0
$A_2 \bar{R} = 1.023 \times 27.6 = 28.2$	- 28.2	$A_2 \bar{R}$	- 28.2
$U_{CL_{\bar{X}}} = \bar{X} + A_2 \bar{R} = 75.2$	- 75.2	$U_{RL_{\bar{X}}} = US - A_2 \bar{R} = 71.0$	- 71.0
$L_{CL_{\bar{X}}} = \bar{X} - A_2 \bar{R} = 18.8$	- 18.8	$L_{RL_{\bar{X}}} = LS + A_2 \bar{R} = 20.7$	- 20.7
$U_{CL_R} = D_4 \bar{R} = 69.5$	- 69.5		
$L_{CL_R} = 0$	- 0		

Obrázek 14.



Obrázek 15.

b) Údaje potřebné pro výpočet indexů způsobilosti jsou v pravé horní části tabulky na obr. 14., kde jsou určeny regulační meze pro jednotlivé hodnoty. Dostaneme odtud

$$C_p = (US - LS) / 6\sigma = (100 - 0) / 97,8 = 1,02,$$

$$C_{pu} = (US - \mu) / 3\sigma = (100 - 47) / 48,9 = 1,08,$$

$$C_{pl} = (\mu - LS) / 3\sigma = (47 - 0) / 48,9 = 0,96,$$

$$C_{pm} = \min(C_{pl}, C_{pu}) = 0,96,$$

$$k = \frac{2(\mu - \text{NOMINAL})}{USL - LSL} = \frac{2(47,0 - 50)}{100} = -0,06,$$

$$C_{pm} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + (\mu - \text{NOMINAL})^2 / \sigma^2}} = \frac{1,02}{\sqrt{1 + (47,0 - 50)^2 / 16,3^2}} = 1,003.$$

Skutečné kolísání je proto trochu níže než kolísání požadované tolerančními mezemi a $C_{pm} < 1$. Proces proto hodnotíme jako spíše regulace nezpůsobilý. Výpočet indexů spolehlivosti je založen na odhadu směrodatné odchylky σ pomocí odhadu \bar{R} / d_2 . Pokud použijeme jiný odhad (např. pomocí výběrové směrodatné odchylky s) dostaneme poněkud odlišné hodnoty těchto indexů.

V levé dolní části tabulky (obr. 14) je proveden výpočet modifikovaných regulačních mezí pro aritmetické průměry, které je možno použít jen v případě, že proces je spolehlivě regulovaný.

Popíšeme si dále postup výpočtu na počítači pomocí programu STATGRAPHICS, verze 4.2. Určování regulačních diagramů pro proměnné provádíme v nabídce *M. Quality Control* a podnabídce *3. Control Charts for Variables*. Naměřené tloušťky destiček uložíme do proměnné SILIKON.tl. Vstupní panel vyplníme takto:

Control Charts for Variables

Chart: X-bar and R

Input: Observations

Mode: Initial Study

Observations: SILIKON.tl

Subgroup numbers or size: 3 REP COUNT 25

Subgroup labels:

Title:

Pokud bychom nastavili mezerovníkem okénko *Mode: Control to standard*, bude dále požadován průměr a standardní odchylka a další postup bude použit jen na kontrolu, zda zjištěné průměry se nacházejí v regulačních mezích odpovídajících těmto vloženým charakteristikám.

Při nastavení okénka *Mode: Initial study* se naopak počítají regulační meze:

X-bar and Range - Initial Study

Charting SILIKON.tl

X-bar	Range
UCL: + 3.0 sigma = 76.4628	UCL: + 3.0 sigma = 69.4855
Centerline = 48.84	Centerline = 27
LCL: - 3.0 sigma = 21.2172	LCL: - 3.0 sigma = 0
out of limits = 1	out of limits = 0

Chart: Both
25 subgroups, size 3

Normalize: No
0 subgroups excluded

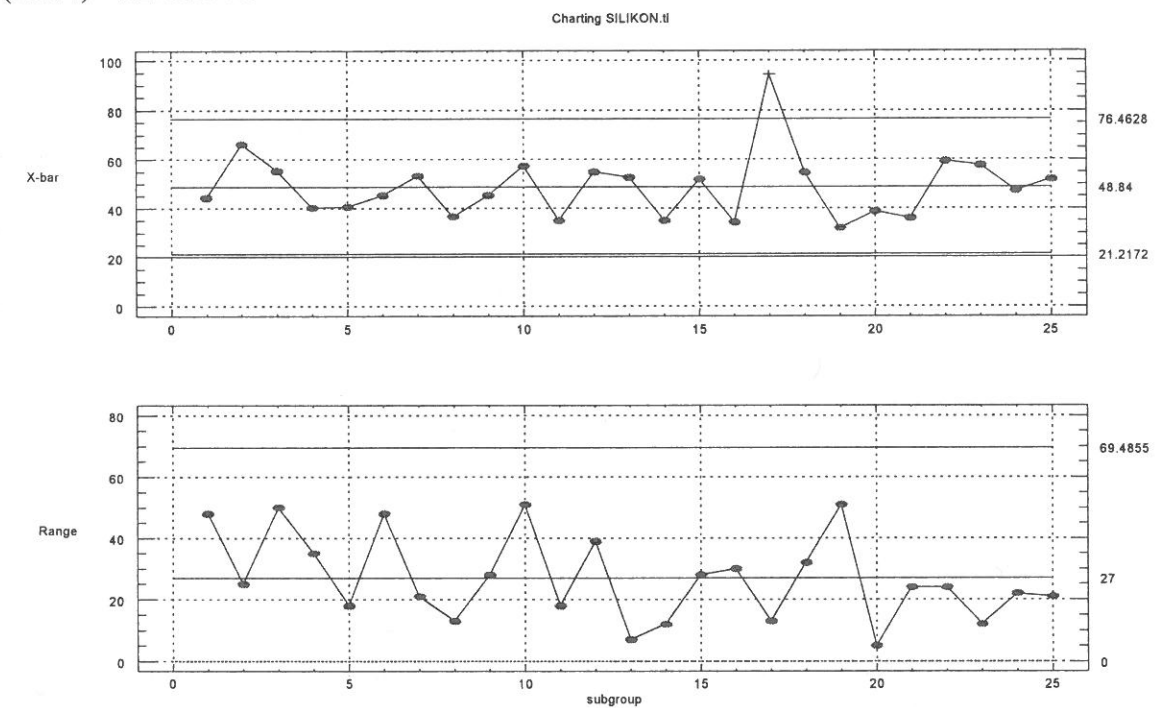
Estimated

process mean = 48.84

process sigma = 15.948

mean Range = 27

Po stisknutí F5 dostáváme další nabídku, obsahující následující položky: Regulační diagramy (Chart) - viz. obr. 16.



Obrázek 16.

Zpráva (Report): Při nastavení *Display: All subgroups* zobrazují se u všech výběrů průměry a rozptyly a uvádí se, které z výběru nejsou v regulačních mezích. V našem případě je to 17. výběr, který má průměr nad UCL. Výběrem položky *Excludes* a vyplněním okénka *Additional subgroup to exclude: 17*, je proveden následující nový výpočet regulačních mezí bez vyloučení 17. výběru

X-bar and Range - Initial Study

Charting SILIKON.tl

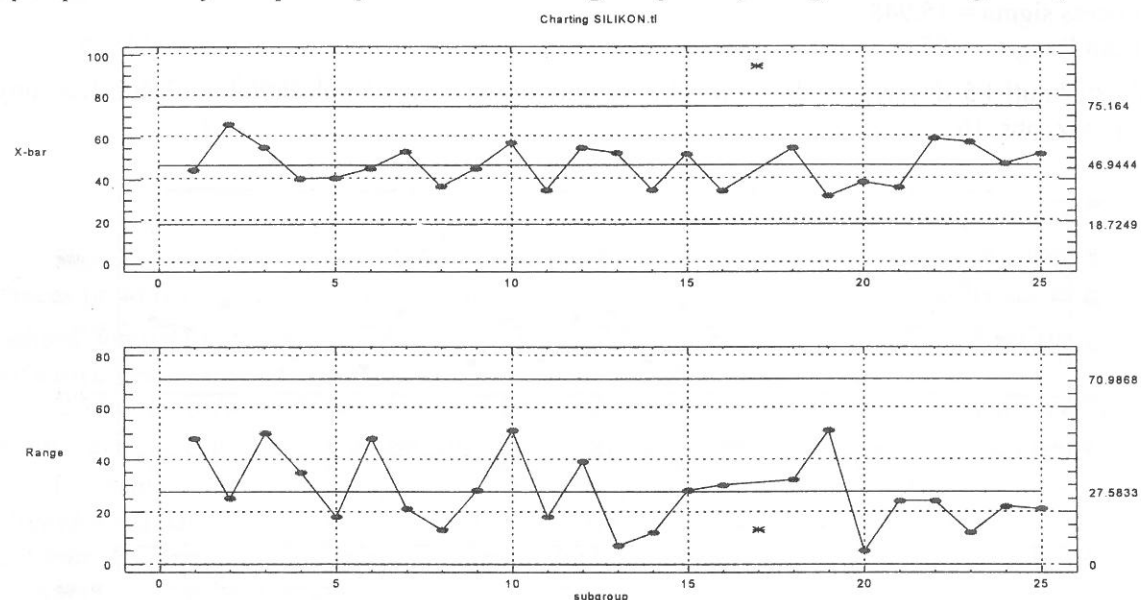
X-bar	Range
UCL: + 3.0 sigma = 75.164	UCL: + 3.0 sigma = 70.9868
Centerline = 46.9444	Centerline = 27.5833
LCL: - 3.0 sigma = 18.72	LCL: - 3.0 sigma = 0
out of limits = 0	out of limits = 0

Chart: Both
25 subgroups, size 3

Normalize: No
1 subgroups excluded

Estimated
 process mean = 46.9444
 process sigma = 16.2926
 mean Range = 27.5833

a po opětovném výběru položky *Chart* dostaneme graf opravených regulačních diagramů (obr. 17).



Obrázek 17.

V položce *Runs tests* můžeme testovat náhodnost v posloupnosti výběrových průměrů testem iterací pod a nad středovou přímkou.

V položce *Chart Options* lze např. nastavit v grafu zobrazování varovných mezí (*Outer Warning Limits: Yes Sigmas 2*). A nakonec v položce *Save results* lze uložit do souboru WORKAREA aritmetické průměry (*X-bars*), výběrová rozpětí (*Ranges*), rozsahy výběrů (*Sizes*) a odhady celkového průměru a standardní odchylky (*Estimates*).

Indexy způsobilosti procesu určíme v podnabídce 2. *Process Capability Analysis*. Po vyplnění *Data: SILIKON.tl* a *Nominal: 50 +/- 50* dostaneme následující výstup:

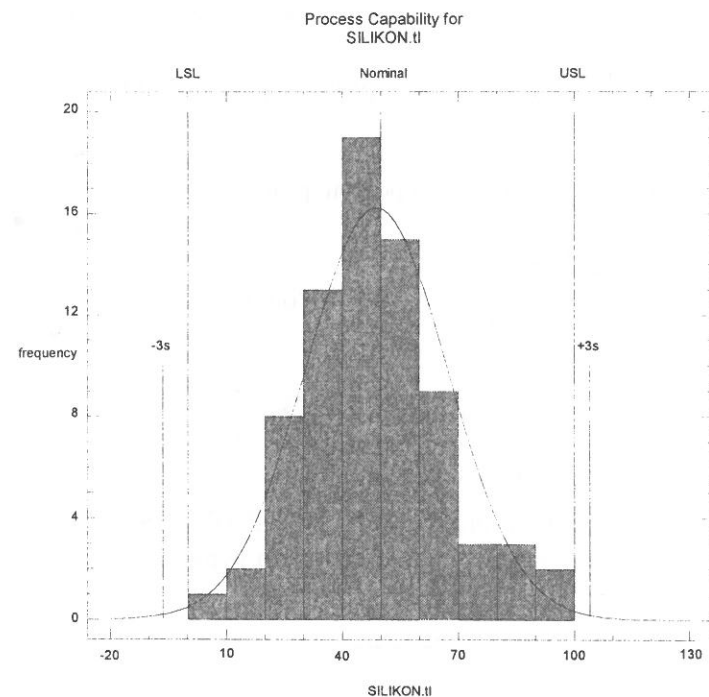
Process Capability Analysis

 Process Capability for SILIKON.tl

Specification:	Normal distribution:	6.0 sigma limits:
Upper 100	Count 75	+3.0 sigma 104.133
Nominal 50	* Mean 48.84	Mean 48.84
Lower 0	* Sigma 18.4311	-3.0 sigma -6.45316

Observed beyond spec.:	Estimated beyond spec.:	Capability indices:
High .000 %	High .275 %	CP 0.904271
Low .000 %	Low .403 %	CR 1.10586
-----	-----	CPK 0.883292
Total .000 %	Total .678 %	(upper) 0.92525
		(lower) 0.883292
		K -0.0232
		CPM 0.902461

* estimated parameter



Obrázek 18.

Vypočítané hodnoty indexů způsobilosti procesů se liší od předchozích výpočtů, neboť jsou založeny na přesnějším odhadu směrodatné odchylky σ pomocí výběrové směrodatné odchylky $s = 18,4311$ (dříve použitý odhad 16,3 se opíral o výběrové rozpětí).

Po stisknutí *F5* lze vybrat z dodatečné nabídky položku *Histogram*. Vyplníme-li *Lower limit: 0, Upper limit: 100, No. of classes: 10*, dostáváme histogram uvedený na obr. 18. Na obrázku jsou znázorněny regulační i toleranční meze a uvedený graf je porovnán s grafem odpovídajícího normálního rozdělení. Další položka z dodatečné nabídky uvádí i možnost ověřit chi-kvadrát testem hypotézu o normálním rozdělení použitých výběrů.

Podobným způsobem můžeme dostat další typy regulačních diagramů při kontrole měření, když ve vstupním okně nastavíme položku *Chart* na některou z možností: *X-bar and S, X-bar and S^2, Individuals*.

Příklad 1.2. Následující tabulka uvádí počty vadných výrobků x_i v 10 náhodně vybraných souborech, které mají rozsahy n_i .

n_i	40	55	45	40	65	60	35	70	50	45
x_i	2	3	3	4	3	3	2	3	4	4

Určete regulační diagram pro poměr vadných výrobků a znázorněte ho graficky.

Řešení.

Potřebné výsledky jsou v tabulce:

i	n_i	x_i	p_i	$3 s(p_i)$	LCL	UCL
1	40	2	0,050	0,103	0	0,153
2	55	3	0,055	0,092	0	0,146
3	45	3	0,067	0,112	0	0,178
4	40	4	0,100	0,142	0	0,242
5	65	3	0,046	0,072	0	0,124
6	60	3	0,050	0,084	0	0,134
7	35	2	0,057	0,118	0	0,175
8	70	3	0,043	0,073	0	0,115
9	50	4	0,080	0,119	0	0,195
10	45	4	0,089	0,127	0	0,216
Součet	505	31	x	x	0	0,163

V posledních dvou sloupcích jsou přesné hodnoty regulačních mezí. Vypočítáme je podle vzorce $p_i \pm 3s(p_i) = p_i \pm 3 \sqrt{\frac{p_i(1-p_i)}{n_i}}$. Dolní mez vychází záporná a proto ji položíme nule. Žádný z výběrových poměrů nepřekračuje regulační meze.

K výpočtu přibližného regulačního intervalu potřebujeme vypočítat průměrný rozsah výběru $\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i}{k} = \frac{505}{10} = 50,5$ a průměrný poměr $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k p_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{31}{505} = 0,0614$. Potom dostaneme

$$LCL = 0 \text{ a } UCL = \bar{p} \pm 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} = 0,0614 \pm 3 \sqrt{\frac{0,0614(1-0,0614)}{50,3}} = 0,1627.$$

Poslední výpočet lze provést na počítači pomocí programu STATGRAPHICS v nabídce *M. Quality Control* a podnabídce *4. Control Charts for Attributes*. Vstupní okno vyplníme takto:

Control Charts for Attributes

Chart: P proportions
Mode: Initial Study

P proportions: xi/ni
Subgroup size(s): ni
Subgroup labels:
Title:

Po stisknutí *F6* dostáváme hodnoty

P Chart - Initial Study

Charting xi/ni

P Chart

UCL: + 3.0 sigma = 0.16272
Centerline = 0.0613861
LCL: - 3.0 sigma = 0

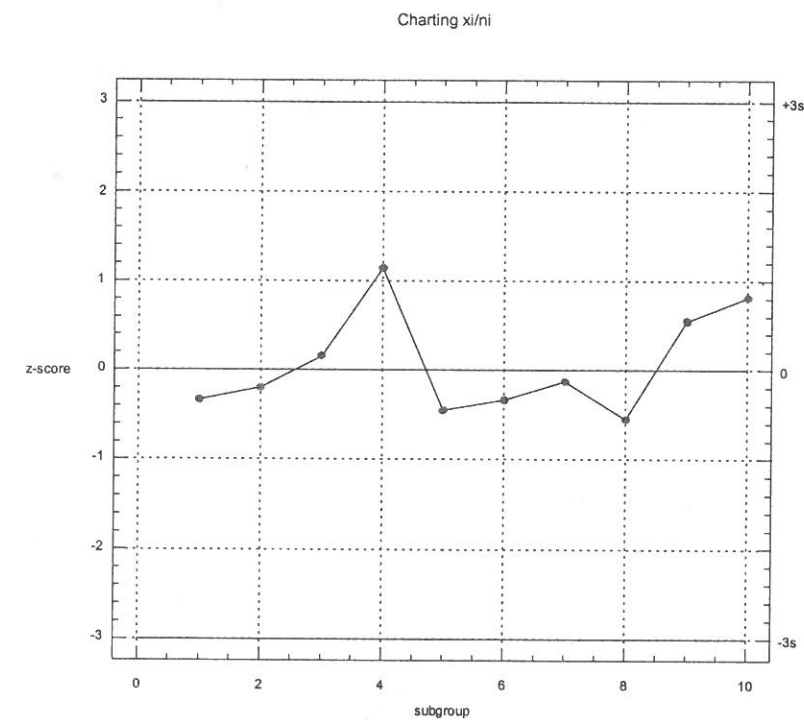
out of limits = 0

Normalize: Yes Use average sample size: Yes

10 subgroups, size 50.5 0 subgroups excluded

Estimated
mean P = 0.0613861
sigma = 0.0337779

Po stisknutí *F5* lze z dodatečné nabídky získat regulační diagram uvedený na obr. 19.



Obrázek 19.

číslo znamená odchylku průměru (v %) a druhé číslo je délka odchylky (v cm).

Provedte Paretovu analýzu údajů o chybách.

Řešení.

Použijeme program STATGRAPHICS. Údaje z tabulky uložíme do proměnných NAZCHYBY, POCETCH a VAHACH v souboru KVAL.asf.

Typ chyby	Počet chyb	Váha chyby	Poznámka	
A1	4016	1	100	0,1
A2	648	50	150	0,1
A3	88	200	250	0,1
A4	15	300	400	0,1
B1	369	50	100	1
B2	237	50	150	1
B3	95	200	250	1
B4	37	300	400	1
C1	115	100	100	2
C2	91	100	150	2
C3	54	300	250	2
C4	28	400	400	2
D1	33	100	100	4
D2	26	300	150	4
D3	12	400	250	4
D4	7	500	400	4

Příklad 1.3. V náhodném výběru 30 aut jsme zjistili 81 vad. Určete regulační meze pro *c*-diagram.

Řešení.

Průměrný počet vad na jednom autě je $\bar{c} = 81/30 = 2,7$. Proto

$$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 2,7 + 3 \cdot \sqrt{2,7} = 7,62,$$

$$LCL = 0.$$

Příklad 1.4. Při hodnocení bavlněné příze 16,5 text může nastat 16 různých typů chyb (A1, A2, ..., D4). Při zkoušení 300 km příze jsme zjistili počty jednotlivých chyb uvedené v následující tabulce v sloupci počet chyb. Váhy významnosti jednotlivých chyb jsou uvedené v sloupci váha chyby. V sloupci poznámka je specifikovaná chyba, přičemž první

Posloupnost kroků řešících danou úlohu je následovná:

1. *M. Quality Control*

2. *1. Pareto Analysis*

3. Do pole *Data*: napíšeme KVAL.POCETCH, do pole *Class labels*: KVAL.NAZCHYBY, do pole *Class weights*: napíšeme KVAL.VAHACH a do pole *Title* napíšeme CHYBY PRI BAVLNENE PRIZI 16,5 TEXT.

4. *Pareto report.*

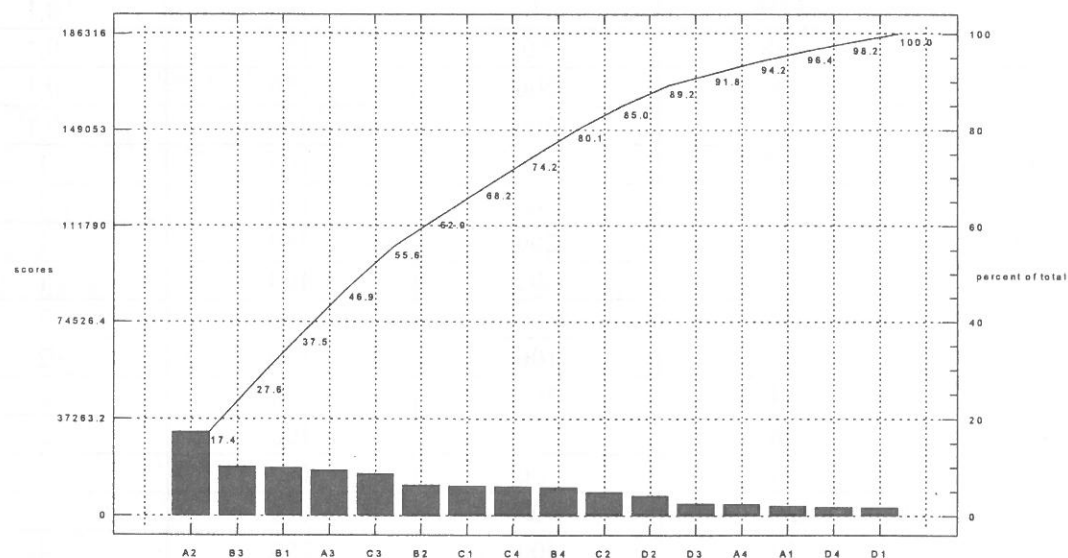
Výstup programu je

CHYBY PRI BAVLNENE PRIZI 16,5 TEXT

Class Label	Rank	Count	Weights	Weighted Scores	Cum. Scores	Percent	Cum. Percent
A2	1	648	50	32400	32400	17.39	17.39
B3	2	95	200	19000	51400	10.20	27.59
B1	3	369	50	18450	69850	9.90	37.49
A3	4	88	200	17600	87450	9.45	46.94
C3	5	54	300	16200	103650	8.69	55.63
B2	6	237	50	11850	115500	6.36	61.99
C1	7	115	100	11500	127000	6.17	68.16
C4	8	28	400	11200	138200	6.01	74.18
B4	9	37	300	11100	149300	5.96	80.13
C2	10	91	100	9100	158400	4.88	85.02
D2	11	26	300	7800	166200	4.19	89.20
D3	12	12	400	4800	171000	2.58	91.78
A4	13	15	300	4500	175500	2.42	94.19
A1	14	4016	1	4016	179516	2.16	96.35
D4	15	7	500	3500	183016	1.88	98.23
D1	16	33	100	3300	186316	1.77	100.00

Totals: 5871 186316

CHYBY PRI BAVLNENE PRIZI 16,5 TEXT



Obrázek 20.

Celkový počet chyb je 5871 a vážený úhrn chyb je 186 316. Podrobnější analýze je třeba podrobit hlavně chyby A2, B3, B1, A3, C2, B2 a C1. Graf Paretovy analýzy, který dostaneme z dodatečné nabídky, je na obr. 20.

Cvičení

1.1. Třicet výběrů o rozsahu 6 dává $\bar{x} = 480$ a $\bar{R} = 34$. Vypočítejte regulační meze diagramů pro aritmetické průměry a diagramů pro variační rozpětí a odhadněte standardní odchylku procesu. [Pro \bar{X} je LCL = 463,578, UCL = 496,422, pro R je LCL = 0, UCL = 68,136, $\hat{\sigma} = 13,418$]

1.2. General Hydraulics, Inc. je výrobcem hydraulických strojů. V minulosti měli problémy související s vadným těsněním. Bylo proto vybráno 25 výběrů, v kterých byl měřen průměr vyráběných těsnění. Dosažené výsledky (v cm) jsou:

Výběr	Průměr - pozorování č.			
	1	2	3	4
1	10,94	10,64	10,88	10,70
2	10,66	10,66	10,68	10,68
3	10,68	10,68	10,62	10,68
4	10,03	10,42	10,48	11,06
5	10,70	10,46	10,76	10,80
6	10,38	10,74	10,62	10,54
7	10,46	10,90	10,52	10,74
8	10,66	10,04	10,58	11,04
9	10,50	10,44	10,74	10,66
10	10,58	10,64	10,60	10,26
11	10,80	10,36	10,60	10,22
12	10,42	10,36	10,72	10,68
13	10,52	10,70	10,62	10,58
14	11,04	10,58	10,42	10,36
15	10,52	10,40	10,60	10,40
16	10,38	10,02	10,60	10,60
17	10,56	10,68	10,78	10,34
18	10,58	10,50	10,48	10,60
19	10,42	10,74	10,64	10,50
20	10,48	10,44	10,32	10,70
21	10,56	10,78	10,46	10,42
22	10,82	10,64	11,00	10,01
23	10,28	10,46	10,82	10,84
24	10,64	10,56	10,92	10,54
25	10,84	10,68	10,44	10,68

a) Konstruuje regulační \bar{x} -diagramy a R-diagramy pro tato data. b) Bylo zjištěno, že operátor nebyl přítomný u stroje, když měly být získávány výběry č. 4, 8, 14 a 22. Jak se to projeví na řešení úlohy a) ? c) Následující tabulka představuje dalších 10 měření. Jaké závěry z těchto měření vyvodí manažer kvality? d) Proveďte stanovení způsobilosti daného procesu, je-li přípustné kolísání $10,5 \pm 0,5$. Vypočítejte všechny indexy způsobilosti a proveďte jejich interpretaci.

Výběr	Průměr - pozorování č.			
	1	2	3	4
1	10,40	10,76	10,54	10,64
2	10,60	10,28	10,74	10,86
3	10,56	10,58	10,64	10,70
4	10,70	10,60	10,74	10,52
5	11,02	10,36	10,90	11,02
6	10,68	10,38	10,22	10,32
7	10,64	10,56	10,82	10,80
8	10,28	10,62	10,40	10,70
9	10,50	10,88	10,58	10,54
10	10,36	10,44	10,40	10,66

1.3. Použijte následující data ke konstrukci regulačních diagramů pro aritmetický průměr a variační rozpětí a znázorněte je graficky. Jaký závěr uděláme? Rozsah použitých výběrů je $n = 4$.

Soubor	\bar{x}_i	R_i	Soubor	\bar{x}_i	R_i
1	95,72	1,0	11	95,80	0,6
2	95,24	0,9	12	95,22	0,2
3	95,18	0,8	13	95,56	1,3
4	95,44	0,4	14	95,22	0,5
5	95,46	0,5	15	95,04	0,8
6	95,32	1,1	16	95,72	1,1
7	95,40	0,9	17	94,82	0,6
8	95,44	0,3	18	95,46	0,5
9	95,08	0,2	19	95,60	0,4
10	95,50	0,6	20	95,74	0,6

$[\bar{\bar{x}} = 95,398, R_p = 0,665, \text{ pro } \bar{X}: \text{LCL} = 94,913, \text{UCL} = 95,882, \text{ pro } R: \text{LCL} = 0, \text{UCL} = 1,518]$

1.4. Předpokládejme, že proces s normálně rozděleným výstupem má střední hodnotu 50,25 a rozptyl 2,25. a) Je-li specifikován v intervalu $50,25 \pm 4,00$, vypočítejte C_p a jednostranné indexy spolehlivosti a interpretujte co znamenají. b) Předpokládejme, že střední hodnota se změní na 50,00. Přepočítejte a interpretujte uvedené tři indexy. c) Jak se změní způsobilost procesu (jeho indexy), je-li rozptyl redukován na 80% původní hodnoty při původní hodnotě střední hodnoty? [a) $C_p = 0,889, C_{pl} = 0,889, C_{pu} = 0,889$; b) $C_p = 0,889, C_{pl} = 0,944, C_{pu} = 0,833$; c) $C_p = 0,994, C_{pl} = 0,994, C_{pu} = 0,994$]

1.5. Sestrojte a) \bar{x} -diagram a s -diagram b) mediánový regulační diagram pro data z předcházejícího cvičení. [a) $\bar{s} = 1,2409, \text{LCL} = 0, \text{UCL} = 2,437$]

1.6. Deset souboru s 5 položkami představují průměr vyvrtaného otvoru do bloku v lokomotivě. a) Určete celkový průměr těchto otvorů, standardní odchylku a interval regulačních mezí. b) Je-li požadovaná tolerance $0,210 \pm 0,005$, posuďte způsobilost procesu. Určete indexy způsobilosti procesu a interpretujte je. [a) 0,2085, 0,0039, (0,1968; 0,2202), b) $C_p = 0,439, C_{pl} = 0,561, C_{pu} = 0,302, C_{pk} = 0,302$, proces není regulovatelný]

1	0,207	0,211	0,206	0,207	0,210	0,205	0,206	0,210	0,206	0,208
2	0,209	0,207	0,208	0,209	0,210	0,207	0,210	0,208	0,208	0,209
3	0,207	0,208	0,210	0,208	0,205	0,211	0,211	0,206	0,206	0,209
4	0,206	0,207	0,203	0,209	0,207	0,208	0,212	0,207	0,208	0,207
5	0,211	0,207	0,231	0,209	0,213	0,211	0,204	0,206	0,210	0,209

1.7. Sestrojte regulační diagram pro jednotlivé hodnoty s využitím klouzavých rozpětí pro měření: 9,0 9,5 8,4 11,5 10,3 12,1 11,4 11,4 10,0 11,0 12,7 11,3 17,2 12,6 12,5 13,0 12,0 11,2 11,1 11,5 12,5 12,1.

1.8. V určité pojišťovně bylo denně kontrolováno sto formulářů po 25 pracovních dní a počty zjištěných chyb jsou uvedeny v následující tabulce. Padnou-li některé body mimo regulačních mezí, můžeme předpokládat, že nastaly významné příčiny. Sestrojte proto regulační diagram.

Den	Počet vadných formulářů	Den	Počet vadných formulářů
1	3	14	4
2	3	15	1
3	3	16	2
4	2	17	4
5	0	18	0
6	3	19	1
7	0	20	1
8	1	21	0
9	7	22	2
10	3	23	8
11	2	24	2
12	0	25	1
13	0		

1.9. Výběry o rozsahu 100 byly náhodně vybrány při každé směně při určitém výrobním procesu. Data pocházející z 25 směn jsou v následující tabulce. Sestrojte p-diagram a určete, zda jde o regulovaný proces. V případě, že není, vynechejte data, odpovídající významným příčinám a znovu sestrojte graf. Sestrojte i np-diagram. [$\bar{p} = 0,2888, s(\bar{p}) = 0,0453$, vynecháme všechny hodnoty s více než 30 vadami, pak $\bar{p} = 0,1856, s(\bar{p}) = 0,0389, \text{LCL} = 0,3023, \text{UCL} = 0,0689; 15,28 \pm 42,48$]

Výběr	Počet vadných	Výběr	Počet vadných
1	10	14	16
2	14	15	13
3	22	16	18
4	17	17	20
5	27	18	23
6	42	19	27
7	49	20	59
8	36	21	52
9	17	22	25
10	20	23	16
11	35	24	45
12	39	25	68
13	12		

1.10. V nemocnici zjišťují pomocí dotazníků u propuštěných pacientů, zda byli spokojeni s poskytnutými službami. Počet dotázaných pacientů během měsíce se mění. Pro vedení nemocnice je sestrojován a studován kontrolní diagram podílu nespokojených pacientů. Sestrojte p-diagram pro následující data, která představují odpovědi na spokojenost pacientů s nemocniční stravou.

Měsíc	Počet pacientů	Počet nespokojených	Měsíc	Počet pacientů	Počet nespokojených
1	256	10	11	300	13
2	202	11	12	245	14
3	234	8	13	224	9
4	307	10	14	278	16
5	280	7	15	215	10
6	298	15	16	287	16
7	231	22	17	234	11
8	201	9	18	310	17
9	314	12	19	285	26
10	223	6	20	251	8

1.11. Sestrojte c-diagram pro následující data. [$\bar{c} = 17,6$, LCL = 5,01, UCL = 30,19]

Výběr	Počet vad	Výběr	Počet vad
1	4	6	22
2	15	7	26
3	13	8	17
4	20	9	20
5	17	10	22

1.12. Najděte u-diagram s $\bar{u}_i = 9$ a $n = 4$. [$\bar{u} = 2,25$, LCL = 0, UCL = 30,19]

1.13. Analýza stížností zákazníka na zásilky z obchodního domu, posílané poštou, ukázala na následující nedostatky (za druhem chyby jsou uvedeny absolutní četnosti):

chyby v účtování: 867

chyby v odesílání zásilek: 1960

nejasné poplatky: 9650

dlouhé čekání na zásilku: 6672

nedostatky v doručování: 452

a) Sestrojte Paretův diagram pro tato data. Jaké provedeme odtud rozhodnutí?

b) Řešte tuto úlohu znovu s tím, že ohodnotíme závažnost uvedených nedostatků následujícími vahami: 0,50 0,15 0,10 0,20 0,05.

2. Statistická přejímací kontrola

Statistická přejímací kontrola (Statistical Acceptance Sampling) je výběrová kontrola, při které se rozhoduje o přijetí či nepřijetí dotávky či série (Lot) produktů - výrobků, dílů, surovin, operací, služeb a podobně. Nepřispívá přímo ke kontrole produktu, ale dává informaci o úrovni kvality, tj. indikuje, zda je nutné zlepšení uvažovaného procesu. Můžeme ji proto přiřadit k nástrojům rozhodování.

Kontrola výběru namísto celé dotávky je hospodárnější. Tím, že se kontroloři zabývají menším množstvím objektů, mohou je kontrolovat pečlivěji. Pokud při kontrole dochází nutně k poškození zboží (destruktivní zkoušky), je výhoda výběru nesporná.

Předpokládejme, že z určité dotávky (série) N produktů vybereme náhodně n kusů ($n \leq N$), u kterých kontrolujeme určitý jakostní znak a na základě získaných výsledků máme rozhodnout, zda dotávku přijmout nebo nepřijmout. O způsobech získávání náhodného výběru o rozsahu n jsme hovořili v kap. I. Je-li sledovaný jakostní znak kvalitativní (sledování vadných produktů, popř. počtu vad), hovoříme o prejímce při kontrole srovnáváním (Acceptance Sampling for Attributes), je-li tento znak kvantitativní (např. tloušťka papíru, obsah alkoholu), hovoříme o prejímce při kontrole měřením (Acceptance Sampling for Variables). V dalším se omezíme jen na častěji používaný typ přejímky při kontrole srovnáváním. Základní informaci o přejímce měřením najdeme ve [23].

A. Rizika při přejímací kontrole

Protože neznáme úroveň kvality celé dotávané série, ale pouze výběru, vystavujeme se při rozhodování o přijetí nebo nepřijetí riziku chyb dvou typů. Může dojít k zamítnutí dotávky, která měla být přijata (je v ní málo nestandardních produktů) - v tom případě hovoříme o riziku dodavatele či výrobce (Producer's Risk). Nebo může dojít k přijetí dotávky, která měla být zamítnuta (je zde velké množství nestandardních produktů) - v tom případě hovoříme o riziku odběratele či spotřebitele (Consumer's Risk). Podobná situace byla i při testování statistických hypotéz. Tato rizika provázejí výběrové přejímky vždy, jsou však měřitelná - jejich velikost umíme vyjádřit a ovlivnit. Riziko dodavatele je obvykle označováno α . Je to pravděpodobnost, že série, která má určitou přijatelnou úroveň kvality, nebo i lepší, je přijímacím postupem zamítnuta. Tato úroveň je obvykle nazývána připustnou úrovní kvality (Acceptable Quality Level - AQL).

Riziko odběratele β je pravděpodobnost, že série, jejíž kvalita je na nepřijatelné úrovni nebo dokonce pod touto úrovní (tj. úrovní horší), je přijata. Taková úroveň kvality je nazývána mezí úrovní kvality (Limiting Quality Level - LQL) nebo jen mezí kvalitou (Limiting Quality - LQ). Někdy bývá též pojmenována sériovou tolerancí procenta vadných (Lot Tolerance Percent Defectives - LTPD). AQL a LQL mohou být vyjádřeny procentem nestandardních (vadných) nebo počtem nestandardních produktů na sto jednotek.

Směrnice pro provádění statistické přejímky obsahují tzv. prejímací plány (Sampling Plans). Tyto plány zahrnují jednoznačnou informaci o rozsahu výběru a o přejímacím kritériu (prejímací a zamítací čísla). Při navrhování přejímacích plánů je jedním z cílů navrhnout postup, který zaručuje, že dotávky s úrovní kvality stejnou nebo lepší než $p_1 = AQL$ budou přijímány s pravděpodobností $100(1-\alpha)\%$ nebo větší. Obdobně dotávky s úrovní kvality $p_2 = LQL$ nebo horší by neměly být přijímány s větší pravděpodobností než je $100\beta\%$. Nejčastěji volíme $\alpha = 0,05$ a $\beta = 0,10$.

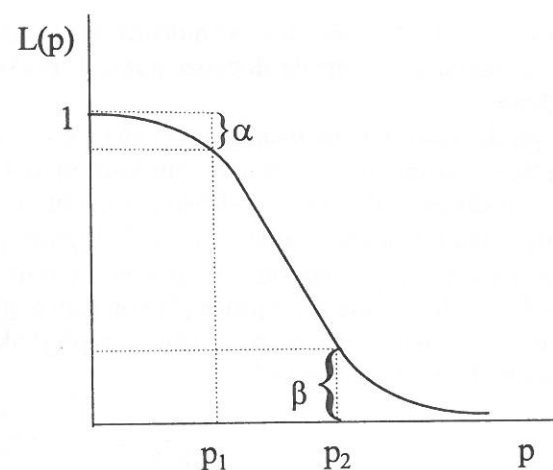
B. Operativní charakteristika

Podmíněnou pravděpodobnost přijetí dotávky za podmínky, že obsahuje podíl nestandardních produktů p , nazýváme operativní charakteristikou (Operating Characteristics - OC). Označíme-li X počet nestandardních produktů ve výběru o rozsahu n , přejímací číslo c a hodnotu OC symbolem $L(p)$, potom je

$$L(p) = P(X \leq c | p) = F(c),$$

kde $F(c) = \sum_{j=0}^c \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j}$ je distribuční funkce binomického rozdělení $Bi(n; p)$. Není-li rozsah

výběru n podstatně menší než rozsah celé dotávky N ($n/N > 0,05$), měly bychom místo distribuční funkce binomického rozdělení používat odpovídající distribuční funkci hypergeometrického rozdělení. Pro velká n a malá p ($n > 30$, $p < 0,1$) je možno aproximovat binomické rozdělení Poissonovým rozdělením $Po(\lambda)$, s $\lambda = np$. Požadavky na přejímací plán lze vyjádřit ve tvaru



Obrázek 21.

$$L(p_1) = 1 - \alpha, L(p_2) = \beta.$$

Diagram (graf) OC (OC Curve), s vyznačením hodnot obou rizik α a β pro podíly nestandardních produktů $p = p_1$ a $p = p_2$, je znázorněn na obr. 21. Úlohou je obvykle najít taková čísla n , c , aby byly splněny obě předcházející podmínky, při daných hodnotách p_1 , p_2 , α , β . Pro menší hodnoty n je možné k řešení použít tabulek distribuční funkce binomického rozdělení (tab. XVI. přílohy). Úlohu je možno řešit i na počítači pomocí programu STATGRAPHICS (př. 2.2). Řešením uvedených rovnic dostaneme **přejímací číslo (Acceptance Number) c** , popř.

zamítací číslo (Rejectance Number) $c+1$ a potřebný rozsah výběru n .

Přejímací plán je možno stanovit i volbou jiné dvojice z uvedených proměnných, např. volbou n a α pro $p = p_1$ při výpočtu zbývajících proměnných c a β (pro dané $p = p_2$) z uvedených rovnic. V př. 2.1 kreslíme diagram OC pro dané n a c . Lze ukázat, že čím je větší n , tím je graf OC strmější a přejímací plán je kvalitnější. Při zvyšování c se diagram OC posouvá doprava. Nejčastěji používané typy přejímacích plánů se staly předmětem mezinárodních dohod a pro jejich provádění se používají speciální tabulky.

C. Výběr vhodného typu přejímky

O základním typu rozdělení přejímacích postupů na přejímky srovnáváním a měřením jsme hovořili v úvodu. Podle způsobu výběrů se přejímací postupy dělí na přejímky jedním výběrem, dvojím výběrem, několikerým výběrem (vícenásobné přejímky) a postupným výběrem (sekvenční metody přejímky).

Nejednodušší je **přejímka jedním výběrem (Single Sampling)**. Je založena na dvojici čísel n a c , kde n je rozsah výběru a c je přejímací číslo. Z dodávky N produktů vybereme náhodně n produktů a určíme v ní počet nestandardních produktů z . Je-li $z \leq c$, dodávku přijímáme, je-li $z > c$ dodávku odmítáme.

Při přejímce **dvojím výběrem (Double Sampling)** se hodnotí dodávky podle výsledku kontroly dvou náhodných výběrů. Přejímací postup je založen na číslech n_1 , n_2 , c_1 , c_2 (rozsahy souborů a přejímací čísla, $c_1 < c_2$). Postupujeme takto: nejdříve vybereme soubor o rozsahu n_1 . Je-li v něm počet nestandardních produktů $z_1 \leq c_1$, dodávku přijmeme, je-li $z_1 > c_2$, dodávku zamítneme a je-li $c_1 < z_1 \leq c_2$, vybereme další soubor o rozsahu n_2 . Označme pak z celkový počet nestandardních produktů v souboru o rozsahu $n_1 + n_2$. Je-li dále $z \leq c_2$, dodávku přijmeme a je-li $z > c_2$, dodávku zamítneme. Přejímky dvojím výběrem je výhodné používat, je-li v dodávce malý nebo velký počet nestandardních produktů. Procedura je složitější, avšak jednotlivé výběry jsou menší, takže může při kontrole dojít k úsporám. Podobným způsobem se provádí přejímky **několikerým výběrem (Multiple Sampling)**.

Statistické přejímky **postupným výběrem (Sequence Sampling)** vyžadují, aby po kontrole každého kusu proběhl rozhodovací proces, ústící v jedno ze tří možných rozhodnutí: přijmout dodávku, zamítnout dodávku, kontrolovat další kus. Přejímka je ukončena, padne-li jedno ze dvou prvních rozhodnutí. Sekvenční postupy jsou náročnější na přípravu přejímacího plánu, ale protože stačí obvykle kontrolovat menší počet produktů, jsou úspornější.

Přejímky se mohou ještě lišit podle zacházení se zamítnutými dodávkami. Je-li zamítnutá dodávka vrácena dodavateli, hovoříme o **bezopravné přejímce**. **Opravná přejímka** předpokládá, že

existuje dohoda o přetřídění zamítnutých dodávek, opravě, přecenění, náhradě standardními (bezvadnými) jednotkami. Tuto dohodu je nutno připravit velmi pečlivě, aby po zamítnutí nedocházelo ke zbytečné prodlevě, ohrožující kvalitu zboží. Bez významu nejsou ani náklady spojené se skladováním a manipulací, případně i soudní výlohy.

Při opravné přejímce určujeme **průměrnou výstupní kvalitu (Average Outgoing Quality - AOQ)**, tj. počítáme průměrný podíl nestandardních produktů v přijaté přetříděné dodávce, je-li podíl nestandardních produktů před kontrolou na úrovni p . Platí

$$AOQ = p L(p) + 0 (1 - L(p)) = p L(p),$$

neboť v zamítnuté, ale přetříděné dodávce již nejsou nestandardní produkty. AOQ můžeme znázorňovat graficky jako funkci proměnné p a určovat její maximum.

D. Tabulky dohodnutých přejímacích plánů

Aby byl zajištěn jednoznačný výklad pravidel přejímek, staly se přejímací postupy předmětem normalizace v mezinárodním měřítku. V současné době existuje řada norem ISO 2859 pro praktické přejímky srovnáváním. V tab. VII. přílohy je uvedena ukázka takovýchto mezinárodních tabulek. Pro jednoduchý přejímací plán může být posloupnost operací využívajících uvedené tabulky následující (použití tabulek na číselné údaje je ilustrováno v př. 2.2 a řešení je zde vyznačeno zakroužkováním a šipkami):

a) Vyjdeme z **velikosti dodávky (Lot or batch size)** v 1. sloupci tabulky *Table I*.

b) Určíme **úroveň kontroly (Inspection Level)**. Podle požadované přísnosti kontroly může být tato kontrola **normální (Normal Inspection - II)**, **přísnější (Tightened Inspection - III)** nebo **mírnější (Reduced Inspection - I)**. Tabulka ještě zahrnuje možnosti **speciální (Special Inspection Level) S-1 až S-4**, používaných při malém rozsahu výběru a velké úrovni rizika.

c) Norma rozděluje možné rozsahy dodávek do 15 skupin a každé skupině je přiřazeno **kódové písmeno (Code Letter) A, B, ..., R**. Toto najdeme v *Table I*.

d) Každému kódovému písmenu určíme podle základní tabulky *Master Table II-A* (odpovídající normální kontrole) **rozsah výběru (Sample Size)**.

e) Vybereme sloupec *Table II-A* odpovídající požadované **přípustné úrovni kvality AQL**.

f) V průsečíku příslušného řádku a sloupce (popř. pod nebo nad uvedenou šipkou) najdeme v *Table II-A* **přejímací (Ac) a zamítací (Re) číslo**.

g) Provedeme **rozhodnutí**: pokud je v kontrolovaném výběru počet nestandardních výrobků nejvýše roven přijímacímu číslu, je dodávka přijata. V opačném případě ji zamítáme.

Používané mezinárodní tabulky jsou doplněny i o další **doplňkové tabulky (Extended Tables)**, kde je možno rozlišit i mezi typy přejímacích plánů. U těchto tabulek jsou znázorněny i diagramy OC pro zahrnuté přejímací plány.

Příklad 2.1. Mnoho praktiků používá přejímací plány s přejímacím číslem $c = 0$. Tyto plány jsou nazývány **nulové přejímací plány (Zero Acceptance Plans)** a staly se populární, protože mnoho zákazníků nechce mít žádné vadné výrobky v dodávce a intuitivně si myslí, že jim tyto plány zabezpečí nejlepší ochranu pře vadnými výrobky.

a) Předpokládejme, že dodavatel a příjemce se dohodli na $AQL = 5\%$. Vypočítejte pravděpodobnost přijetí této dodávky, v níž bude část vadných výrobků $p = 0,05$, použijeme-li přejímací plán s výběrem o rozsahu $n = 25$. Interpretujte získaný výsledek. Opakujte tyto výpočty pro podíly vadných výrobků $p = 0, 0,1, 0,02, 0,03, 0,04, 0,10, 0,15, 0,20, 0,25, 0,30, 0,40$.

b) Řešte předcházející úlohu pro $c = 1$.

c) Znázorněte diagramy obou OC do jednoho obrázku.

d) Určete průměrnou výstupní kvalitu (AOQ) pro případ opravné přejímky s $n = 25$, $c = 1$ a znázorněte ji v závislosti na vstupním poměru nestandardních výrobků p graficky.

Řešení.

a) Předpokládejme, že rozsah výběru n je malý ve srovnání s rozsahem celé dodávky N . Potom můžeme použít binomické rozdělení $Bi(25; 0,05)$. Dostáváme

$$P(\text{přijetí dodávky} \mid p = 0,05) = P(X = 0 \mid p = 0,05) = \binom{25}{0} 0,05^0 0,95^{25} = 0,95^{25} = 0,277.$$

Výsledek dostaneme také s využitím tabulek distribuční funkce binomického rozdělení (tab. XVI. přílohy) nebo na počítači např. pomocí programu STATGRAPHICS v nabídce *H. Distribution Function* a podnabídce *3. Tail Area Probabilities*, kde se počítají hodnoty distribučních funkcí jednotlivých rozdělení. Znamená to, že jen 27,7% všech dodávek, které mají AQL = 5% vadných výrobků bude přijato a odmítnuto bude jen 72,3% takovýchto dodávek. Z hlediska dodavatele není tento přijímací plán přijatelný, poněvadž většinu dodávek s přípustnou 5% úrovní vad odmítá.

Podobně počítáme tyto pravděpodobnosti pro další hodnoty p . Dostáváme tak následující hodnoty operativní charakteristiky $L(0) = 1$, $L(0,01) = 0,778$, $L(0,02) = 0,603$, $L(0,03) = 0,467$, $L(0,04) = 0,360$, $L(0,05) = 0,277$, $L(0,10) = 0,072$, $L(0,15) = 0,017$, $L(0,20) = 0,004$, $L(0,25) = 0,001$, $L(0,30) = 0,000$, $L(0,40) = 0,000$.

b) Pro $c = 1$ je

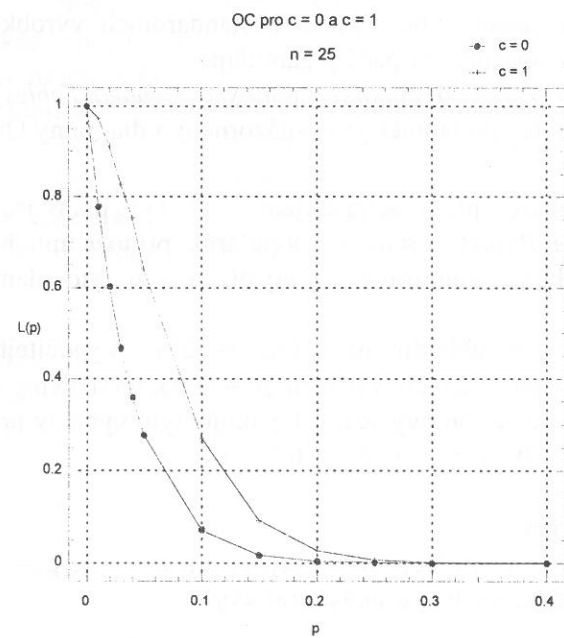
$$P(\text{přijetí dodávky} \mid p = 0,05) = P(X \leq 1 \mid p = 0,05) = \binom{25}{0} 0,05^0 0,95^{25} + \binom{25}{1} 0,05^1 0,95^{24} = 0,95^{25} + 25 \cdot 0,05 \cdot 0,95^{24} = 0,277 + 0,365 = 0,642.$$

Jednodušší je k výpočtu použít hodnoty distribuční funkce $F(x)$ binomického rozdělení (tab. XVI. přílohy)

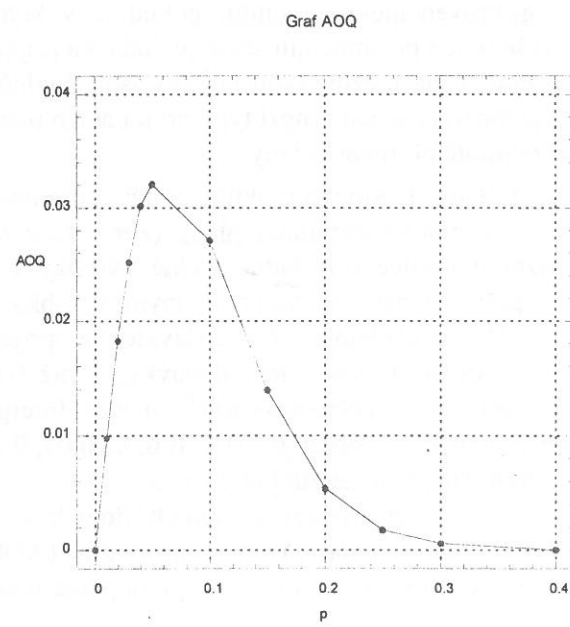
$$P(\text{přijetí dodávky} \mid p = 0,05) = P(X \leq 1 \mid p = 0,05) = F(1) = 0,642.$$

Test je již pro odesílatele přijatelnější. Přijímá 64,2% dodávek s přípustnou 5% úrovní vad a 35,8 těchto dodávek zamítá. Ještě přijatelnější test pro něho by byl s přijímacím číslem $c = 2$.

Podobně dostáváme další pravděpodobnosti: $L(0) = 1$, $L(0,01) = 0,974$, $L(0,02) = 0,911$, $L(0,03) = 0,828$, $L(0,04) = 0,754$, $L(0,05) = 0,642$, $L(0,10) = 0,271$, $L(0,15) = 0,093$, $L(0,20) = 0,027$, $L(0,25) = 0,007$, $L(0,30) = 0,002$, $L(0,40) = 0,000$.



Obrázek 22.



Obrázek 23.

c) Diagramy obou OC $L(p)$ jsou na obr. 22. Vidíme, že se zvětšováním přijímacího čísla c se graf posouvá doprava.

d) Průměrnou výstupní kvalitu AOQ určíme podle vzorce

$$AOQ = p \cdot L(p).$$

Výpočty jejich hodnot jsou v následující tabulce

p	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40
AOQ	0	0,010	0,018	0,025	0,030	0,032	0,027	0,014	0,005	0,002	0,001	0,000

a graf je znázorněn na obr. 23.

Příklad 2.2. Společnost vyrábějící integrované obvody obdržela od dodavatele 2 500 komponent. Při použití normální jednovýběrové kontroly vyberte přebírací plán s AQL = 1%.

Řešení.

K učení rozsahu výběru a přijímacího čísla použijeme přejímací tabulky (tab. XVII. přílohy). Protože rozsah dodávky $N = 2 500$ padne do intervalu 1200 - 3200 a používáme normální kontrolu (II) srovnáváním, dostaneme z první tabulky kódové číslo K . Tomuto číslu odpovídá v druhé tabulce rozsah výběru $n = 125$. V sloupci s AQL = 1,0 najdeme v řádku označeném vlevo K hodnotu přejímacího čísla (Ac) 3 a hodnotu zamítacího čísla (Re) 4. Dodávku proto přijmeme, jsou-li v náhodně vybraném výběru 125 komponent maximálně 4 komponenty vadné. Řešení je v tab. XVII. přílohy vyznačeno zakroužkováním a šipkami.

Úlohu můžeme řešit na počítači pomocí programu STATGRAPHICS v nabídce *S. Sampling* a podnabídce *2. Simple Size - Binomial proportions*. Po objevení vstupní obrazovky vyvoláme klávesou $F5$ dodatečnou nabídku a z ní vybereme *Enter sample size*. Potom je možno v políčku *Number of observations* přepsat hodnotu na 125. V políčku $H0$ necháme hodnotu 0,01 (AQL), v políčku *Alpha* necháme 0,01 (riziko dodavatele) a políčko *Alt.hyp.:* přepneme mezerovníkem na *GT*. Po stisknutí $F6$ se vypočítá zamítací číslo (*Critical values for rejection H0*): 0,0307032. Po zaokrouhlení bude proto přijímací číslo 3% a zamítací číslo 4%. Můžeme proto ještě přepsat hodnotu v políčku *HA* na 0,04 a po stisknutí $F6$ se vypočítá riziko příjemce $Beta = 0,1481$. Výstup je následující:

Sample Size - Binomial Proportions

Decision	True State of Nature	
	$H0$ 0.01	H_A 0.04
Reject $H0$	Type I error Alpha = .0100	Correct decision
Accept $H0$	Correct decision	Type II error Beta = .1481

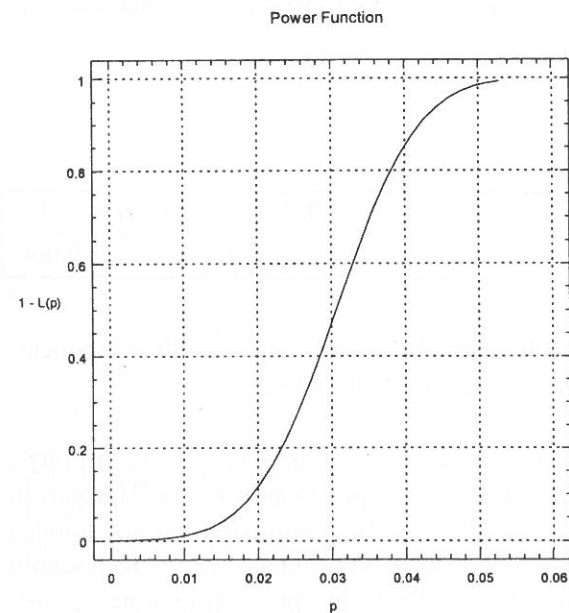
Alt. hyp.: GT

Fixed sample size test

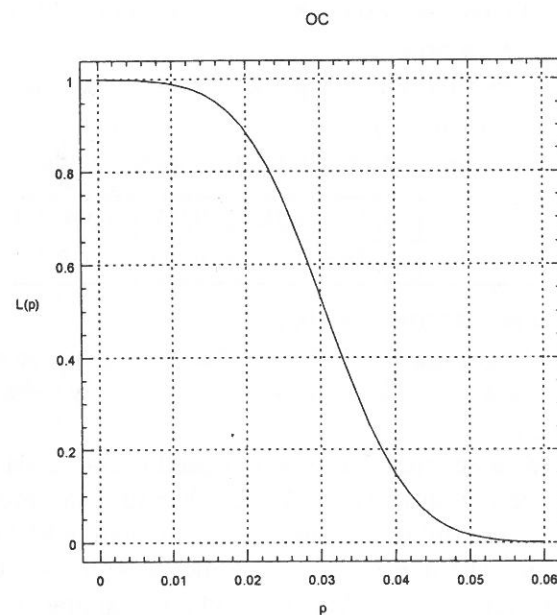
Number of observations = 125

Critical values for rejecting $H0 = 0.0307032$

Z dodatečné nabídky můžeme ještě vybrat O.C., ale místo OC se nakreslí graf silofunkce (*Power Function*) $1 - L(p)$, tj. pravděpodobnosti zamítnutí dodávky při poměru nestandardních produktů p (obr. 24). Graf odpovídající OC $L(p)$ je na obr. 25.



Obrázek 24.



Obrázek 25.

Obvyklý způsob určování přijímacího plánu je založen na dohodě dodavatele i odběratele na riziku dodavatele β při dohodnutém AQL a riziku odběratele α při dohodnutém LQL. Potřebný rozsah kontrolovaného výběru a zamítací číslo můžeme opět určit pomocí tohoto programu:

Řešme tuto úlohu pro $\alpha = 0,05$ při AQL = 0,01 a $\beta = 0,10$ při LQL = 0,04. Z dodatečné nabídky vybereme *Enter beta* a vyplníme následující políčka takto: *H0* 0.01, *HA* .04, *Type I error Alpha* = .05, *Type II error* = .10, *Alt. hyp.*: *GT*. a po stisknutí *F6* se vypočítá potřebný rozsah výběrového souboru *Number of observations* = 95 a zamítací číslo *Critical value for rejecting H0* = 0.0268622, což zaokrouhlíme na 3%.

Cvičení

2.1. Pro jednoduchý výběrový plán s $n = 50$ a $c = 4$ najděte pravděpodobnost přijetí zásilky, která má podíl nestandardních produktů a) 3%, b) 7%, c) Určete riziko dodavatele a příjemce pro AQL = 3% a LQL = 7%. [a) 0,9832; b) 0,7290, c) 0,0168, 0,7290]

2.2. Pro $n = 50$ a $c = 3$ najděte pravděpodobnost přijetí dodávky při podílu vadných výrobků 1%, 3%, 5% a 7%. Nakreslete diagram OC. [0,998, 0,937, 0,760, 0,533]

2.3. Nakreslete diagram OC pro přijímací plán používaný při kontrole srovnáváním s $n = 15$ a $c = 2$. Ukažte jaký má na diagramu efekt zvyšování n po 5 v intervalu od 15 do 30. Ukažte v dalším obrázku, jaký má efekt zvyšování c o 1 v intervalu od 2 do 6. [Pro $n = 15$, $c = 2$ je $L(0,05) = 0,9638$, $L(0,10) = 0,8159$, $L(0,15) = 0,6042$, $L(0,20) = 0,3980$, $L(0,25) = 0,2361$; pro $n = 15$, $c = 3$ je $L(0,05) = 0,9945$, $L(0,10) = 0,9444$, $L(0,15) = 0,8227$, $L(0,20) = 0,6482$, $L(0,25) = 0,4613$ atd.]

2.4. Určete AOQ pro přijímací plán s $n = 50$, $c = 4$ a $p = 4\%$ a znázorněte ji graficky. [AOQ(0,01) = 0,0100, AOQ(0,02) = 0,0198, AOQ(0,03) = 0,0295, AOQ(0,04) = 0,0380, AOQ(0,05) = 0,0448, AOQ(0,06) = 0,0493, AOQ(0,07) = 0,0510, AOQ(0,08) = 0,0504; při výpočtu byla použita aproximace binomického rozdělení rozdělením Poissonovým]

2.5. S použitím tab. XVII přílohy určete přijímací plán pro dodávku rozsahu 1 000 kusů a AQL = 2,5% při a) normální kontrole, b) přísnější kontrole, c) mírnější kontrole. [b) $K, Ac = 7, Re = 8, n = 125$, c) $G, Ac = 3, Re = 4, n = 32$]

2.6. Dodavatel a uživatel se dohodli na přijímacím plánu s 10% rizikem dodavatele při AQL = 0,10 a 10% rizikem příjemce při LQL = 0,20. Určete potřebný rozsah výběrového souboru a přijímací číslo.

Kontrolní otázky a úlohy

Část 1.

1. Co je to statistická regulační kontrola? Jaké má přednosti?
2. Co rozumíme zkratkou TQC? Vysvětlete význam TQC.
3. Jaké jsou typy statistické kontroly jakosti? Specifikujte je.
4. V čem je základní rozdíl mezi dříve prováděnou kontrolou jakosti a současnou statistickou regulační kontrolou?
5. Jaké dvě zásadní skupiny příčin (vlivů) působí během sledovaného procesu? Jak se projevuje jejich působení?
6. Co je to regulovaná veličina? Jaké typy regulace používáme?
7. Popište stručně jednotlivé kroky konstrukce regulačních diagramů. Jaké je jejich použití?
8. O čem vypovídají regulační meze? Proč se při regulaci měřením konstruuje vždy dvojice regulačních diagramů?
9. Jaké jsou základní typy používaných regulačních diagramů? V čem nejpodstatnějším s liší?
10. V čem se liší metoda regulace měřením od metody regulace srovnáváním? Porovnejte obě metody. V čem jsou jejich výhody a nevýhody?
11. Jaké dvojice regulačních diagramů používáme při kontrole měření?
12. Popište metodologii konstrukce regulačního diagramu pro aritmetický průměr.
13. Co lze označit za přednost při použití směrodatné odchylky pro popis kolísání veličiny? Co může být při praktické aplikaci nevýhodou?
14. Jak se stanoví medián? Za jakých podmínek lze použít diagram pro medián?
15. Pro jaké procesy je vhodné používat diagram pro individuální hodnoty? S jakým dalším diagramem se kombinuje?
16. Vysvětlete pojem způsobilosti procesu. Jaký je rozdíl mezi kontrolními a tolerančními mezemi?
17. Objasněte slovně, jaký vztah vyjadřuje index způsobilosti. V čem se od něj liší C_{pk} ?
18. Jaké informace o procesu můžeme „vytěžit“ z výsledku výpočtu $C_p = 1,67$ a $C_{pk} = 1,2$?
19. Jaké dva druhy regulovaných veličin se mohou používat při regulaci srovnáváním? Jaké jsou přednosti regulace srovnáváním oproti regulaci měření?
20. Jaké typy regulačních diagramů používáme při kontrole srovnáváním? V čem se od sebe liší?
21. Popište p-diagram a c-diagram. K čemu je používáme?
22. Vysvětlete podrobně použití regulačních diagramů alespoň ve dvou případech oblasti služeb.
23. Čím se zabývá Paretova analýza? Jaký je postup jejího provádění?
24. Jaké výstupní prostředky poskytuje Paretova analýza? K čemu je můžeme využít?

Část 2.

1. Co je to statistická přijímací kontrola? Jaké základní dva typy přijímací kontroly používáme?
2. Vysvětlete koncepci rizika dodavatele a příjemce.
3. Co je to přijímací plán? Jaké jsou jeho hlavní cíle?
4. Co je to operativní charakteristika (OC)? Nakreslete její graf a znázorněte do něho základní charakteristiky přijímacího plánu.
5. Jak počítáme hodnoty OC při různých situacích?
6. Jaký vliv má na diagram OC změna rozsahu souboru a přijímacího čísla?
7. Jaké typy přejímky znáte a kdy je používáme? Popište nejjednodušší z těchto typů.
8. Popište typ přejímky dvojím výběrem.
9. Co znamená zkratka AOQ a při jakém typu přejímky ji používáme? Jak vypočítáme průměrnou výstupní kvalitu (zdůvodněte výsledek)?
10. Jak provádíme přijímací kontrolu pomocí tabulek? Jaké úrovně kontroly používáme?